

2018-2019 учебный год

КУБОК
ГАГАРИНА
олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

ОТВЕТЫ РЕСПУБЛИКАНСКОГО ЭТАПА

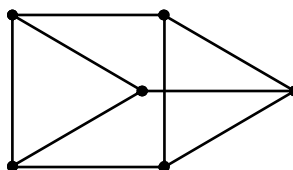
6 класс

1. 100 метров

Возможное решение.

Когда первый лыжник подошёл к основанию горки, второй отставал от него на 200 м. За время, которое потребовалось второму на эти 200 м, первый прошёл только $200 \times 4/6$ м, то есть начальное расстояние умножилось на отношение скоростей. Рассуждая аналогично, получим, что в конце расстояние между лыжниками равно $200 \times 4/6 \times 7/4 \times 3/7 = 100$ м.

2. См. рисунок:



3. 1201

4. 22 задачи

Возможное решение.

Пусть Олег решил верно x задач, а неверно y задач, тогда получим уравнение $7x - 12y = 70$, $12y = 7(x - 10)$. Откуда y должно быть кратно 7, это 7, 14, 21, ..., но подходит только $y = 7$, так как уже при $y = 14$, $x = 34$, а всего задач 33. Получаем $x = 22$.

5. 9 коров

Возможное решение.

Из условия следует, что число телят кратно 10. Пусть быков a , коров b , а телят $10c$.

Тогда $a + b + 10c = 100$ и $200a + 100b + 100c = 2000$, то есть $2a + b + c = 20$.

Из первого уравнения видно, что $a + b$ кратно 10. Из второго — $a + b < 20$.

Значит, $a + b = 10$, $c = 9$, $2a + b = 11$. Отсюда $a = 1$, $b = 9$

6. 6 лилангени

Возможное решение.

Остаток от деления на 7 достоинства каждой из монет равен 1, тогда цена покупки будет давать остаток 6 при делении на 7. Следовательно, меньше 6 лилангени цена покупки быть не может, и она достигается, например, если турист заплатил две монеты — 1 и 50 лилангени, а сдачу получил тремя монетами по 15 лилангени.

7. 8 или 512 кубиков

Возможное решение.

Пусть сторона куба при распиливании была разделена на x частей. Тогда неокрашенных кубиков (внутренних) будет $(x - 2)^3$, а число кубиков, у которых окрашена ровно одна грань (кубики на гранях большого куба, не прилежащие к рёбрам) равно $6(x - 2)^2$. Получаем уравнение $(x - 2)^3 = 6(x - 2)^2$, значит, либо $x = 2$, либо $x - 2 = 6$, $x = 8$. Куб распилили на $2^3 = 8$ кубиков или $8^3 = 512$ кубиков.

8. Герман

Возможное решение.

Заметим, что из чисел 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 ни какое не делится на 3, а 81 кратно 3. Значит, после хода Юрия число камней, оставшихся в кучке, не будет кратно 3, т.е. будет иметь при делении на 3 остаток 1 или 2. Значит, взяв 1 или 2 камня, Герман сможет опять оставить в кучке число камней, кратно 3. В конце он возьмет последние один или два камня и выиграет.